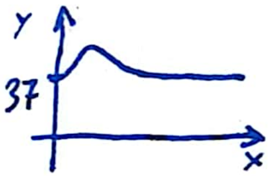
$$f(x) = (0{,}3x^2+1)e^{-0{,}2x} + 37$$



Frieder Fuse ist auf einen Seeigel getreten und beginnt zu fiebern. Der Verlauf des Fiebers wird annähernd beschrieben durch die Funktion $f(x) = (0{,}3x^2+1)e^{-0{,}2x} + 37$, wobei x die Zeit in Stunden ist und f(x) in °C

a) Wie hoch ist das Fieber zu Beginn und nach 3 Stunden.

b) Zu welchem Zeitpunkt ist das Fieber am höchsten und welchen Wert nimmt es an. Zeige durch Rechnung.

c) Berechne den Wert, an dem das Fieber am schnellsten sinkt.

d) Wann wäre die Temperatur auf 37°C gesunken, wenn es ab dem Wendepunkt linear weiter gefallen wäre?

Lösungen: a) $f(0) = 38°C$ $f(3) = 39{,}03°C$

b) Ableitungen:

$u = 0{,}3x^2+1 \qquad v = e^{-0{,}2x}$

$u' = 0{,}6x \qquad v' = -0{,}2\,e^{-0{,}2x}$

$$f'(x) = \left[(0{,}3x^2+1)(-0{,}2) + 0{,}6x\right]e^{-0{,}2x}$$
$$= (-0{,}06x^2 + 0{,}6x - 0{,}2)e^{-0{,}2x}$$

f'': $u = -0{,}06x^2 + 0{,}6x - 0{,}2 \qquad v = e^{-0{,}2x}$

$u' = -0{,}12x + 0{,}6 \qquad v' = -0{,}2\,e^{-0{,}2x}$

$$f''(x) = \left[(-0{,}06x^2 + 0{,}6x - 0{,}2)(-0{,}2) - 0{,}12x + 0{,}6\right]e^{-0{,}2x}$$
$$= (0{,}012x^2 - 0{,}12x + 0{,}04 - 0{,}12x + 0{,}6)e^{-0{,}2x}$$
$$= (0{,}012x^2 - 0{,}24x + 0{,}64)e^{-0{,}2x}$$

EP: notw. Bed. $f'(x) = 0$

$-0{,}06x^2 + 0{,}6x - 0{,}2 = 0$ da $e^{-0{,}2x} \neq 0$ $\mid : -0{,}06$

$x^2 - 10x + 3{,}\overline{3} = 0$ $\mid p = -10 \quad q = 3{,}\overline{3} = \frac{10}{3}$

$x_{1/2} = 5 \pm \sqrt{25 - \frac{10}{3}}$. $\quad x_1 = 9{,}65 \quad x_2 = 0{,}345$

Prfg HP/TP: $f''(x_1) = -0{,}081 < 0$ HP

$f''(x_2) = 0{,}521 > 0$ TP

y-Werte: $f(x_1) = 41{,}20$ Nach 9,65 Stunden hat er

c) Gesucht ist der WP nach dem HP:

notw. Bed. $f''(x)=0$

$0{,}012x^2-0{,}24x+0{,}64=0$ da $e^{-0{,}2x}\neq 0$ $|:0{,}012$

$x^2-20x+53{,}\overline{3}=0$ $|p=-20\quad q=53{,}\overline{3}=\frac{160}{3}$

$x_{1/2}=10\pm\sqrt{100-\frac{160}{3}}$ $x_1=16{,}83$ $x_2=3{,}17$ nicht gesucht

y-Wert

$f(x_1)=39{,}97$ Am schnellsten sinkt das Fieber $W(16{,}83|39{,}97)$

nach 16,83 Stunden bei 39,97 °C.

d) Tangentengleichung $t(x)=ax+b$ $a=f'(16{,}83)=-0{,}245$

y Wert am WP einsetzen $39{,}97=-0{,}245\cdot 16{,}83+b$

$39{,}97=-4{,}124+b$ $|+4{,}124$

$b=44{,}09$

$t(x)=-0{,}245x+44{,}09$

x für 37 °C:

$37=-0{,}245x+44{,}09$ $|-44{,}09$ $|:-0{,}245$

$x=28{,}94$ Nach 28,94 Stunden hätte er 37 °C